

一类新型非线性随机系统微分状态估计器和控制器

齐国元^{1,2}, 陈增强², 薛 薇¹, 袁著祉²

(1. 天津科技大学自动化系, 天津 300222; 2. 南开大学自动化系, 天津 300071)

摘 要: 本文提出一类不依赖被估计系统模型微分状态估计器, 参数少、精度高, 通过分析其根轨迹和极点要求配置合适的参数; 给出了完整的稳定性和收敛性证明; 频率特性分析表明, 该估计器具有较好的滤波特性. 另外, 基于所提出的估计器, 本文设计了不依赖非线性系统模型的高阶微分反馈控制器. 该控制器稳定性好, 鲁棒性强. 最后, 通过几个仿真例子验证了所提出理论的正确性.

关键词: 稳定性; 收敛性; 微分状态估计器; 高阶微分反馈控制器; 鲁棒性

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2004) 04-0693-04

A New Differential State Estimator and Controller for Nonlinear Stochastic System

QI Guo-yuan^{1,2}, CHEN Zeng-qiang², Xue Wei¹, YUAN Zhu-zhi²

(1. Department of Automation, Tianjin University of Science & Technology, Tianjin 300222, China;

2. Department of Automation, Nankai University, Tianjin 300071, China)

Abstract: This paper presents a new differential state estimator, which does not rely on the model of the estimated system and has higher accuracy with a few parameters. Its parameters are distributed through root-locus and pole requirements. Stability and convergence of the estimator are proved. Frequency characteristic analysis shows its high quality filtering property. Further more, based on the estimator a high order differential feedback controller is designed, which does not rely on the model of the nonlinear system, and has well stability and robustness. Lastly, to illustrate, two simulation examples are given.

Key words: stability; convergence; differential state estimator; high order differential feedback controller; robustness

1 引言

非线性状态估计方法中应用最广的是扩展卡尔曼滤波(EKF).但是EKF基于已知的模型,存在着初值难定,数值稳定性不好.90年代,S.J.Julier等提出非线性转换滤波^[2,3],该方法不需对非线性系统进行线性化处理,对于非线性较强,该方法明显比EKF剪度高,剪定性好^[3].K.Ito等^[4,5]提出的高斯滤波同样避免了线性化过程,获得了与非线性转换滤波相同的效果.但是这两种方法是也是在已知精确模型基础上得到的,并要求统计特性已知,这不符合实际情况,尤其是大工业系统及化学反应过程.为对模型未知的系统的状态估计,文[6]和[7]等基于神经网络辨识系统模型,然后再给出状态估计器.虽然神经网络在逼近非线性模型上显示了它的优势,但辨识是有误差的,辨识模型需较大的计算量和较长的训练时间,而且辨识后的模型要进行线性化处理,也要带来误差,误差的累积将会导致估计失偏.文[7]将状态估计问题转化为微分提取问题,设计了一类扩张状态观测器,实现了不依赖系统模型估计,但是,文中没有给出观测器参数选取的方

法,也没有给出稳定性和收敛性分析.所研究的对象是确定性系统.

本文将状态估计问题转化为信号的微分提取问题,研究的对象是非线性随机系统,提出一种新型的参数少,剪度高,不依赖非线性系统的模型估计器.给出了估计器的渐近稳定性和收敛性证明.估计器,本身是一种性能良好的高阶微分剪.另外基于所提出的估计器,本文设计了不依赖系统模型的高阶微分反馈控制器,该控制器剪定性好,鲁棒性强.

2 微分状态估计器设计及其性能分析

没有受未知干扰作用的非线性随机不确定系统

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = f(x, t) + w + u + \xi \\ y = x + \eta \end{cases} \quad (1)$$

其中 $x \in R$ 为状态分量, $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T = [x, x^{(1)}, \dots, x^{(n-1)}]^T$ 为未知状态向量, $f(x, t)$ 为未知时变的连续函数, w 为未知干扰, u 为控制输入, ξ 为输入噪声, y 为可测输出, η 为输出噪声.问题是已知输入 u 和输出 y ,设计估计器估计 x .

收稿日期:2002-08-12;修回日期:2004-02-03

基金项目:国家自然科学基金(No.60174021,60374037).

注意到 x_2, \dots, x_n 分别为 x 的 1 阶到 $n-1$ 阶微分, 我们可以基于信号 y 来设计估计器, 使其具有高精度地估计被噪声污染的 x 的能力, 同时具有高精度提取 x 的各阶微分能力. 本文设计的状态估计器为

$$\sum \begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1} + a_i(y - \hat{x}_1), & i = 1, \dots, n_0 - 1, \\ \dot{x}_{n_0} = a_{n_0}(y - \hat{x}_1). \end{cases} \quad (2)$$

其中 n_0 为 Σ 的阶次, 通常设置 $n_0 \geq n + 1$, x_1, x_2, \dots, x_{n_0} 为系统 Σ 的状态.

显然, 该估计器不依赖原系统(1)的模型, 因而原模型系统可以是非线性时变的随机系统, 随机噪声统计特性不需要已知. 由式(2)容易得到 y 到 \hat{x}_1 的闭环传递函数为

$$\Phi(s) = \frac{a_1 s^{n_0-1} + \dots + a_{n_0-1}s + a_{n_0}}{s^{n_0} + a_1 s^{n_0-1} + \dots + a_{n_0-1}s + a_{n_0}} \quad (3)$$

将式(3)写成开环传递函数, 并表示成零极点形式, 有

$$G(s) = K \prod_{i=1}^{n_0-1} (s - z_i) / s^{n_0} \quad (4)$$

其中

$$a_1 = K, a_2 = -K \sum_{i=1}^{n_0-1} z_i, \dots, a_{n_0} = (-1)^{n_0} K \prod_{i=1}^{n_0-1} z_i \quad (5)$$

由此可知给出增益 K 和零点 z_i 的值就确定了参数 $a_i, i = 1, \dots, n_0$. 从结构上看, 它是一个 n_0 型系统, 能保证较高的跟踪精度. 下面基于闭环系统的根轨迹设计理想的参数 z_i 和 K . 为使系统 Σ 渐近稳定, 要求所有零点 z_i 均应位于 s 平面的左半平面, 最好位于负实轴上. 由式(4), 所有根轨迹均从原点出发, 并随着 K 的增大趋向于左半平面. 设计闭环极点 $s_i (i = 1, \dots, n_0)$ 应考虑这样一个原则:

所有极点虚部绝对值要尽可能地小, 实部绝对值取值要适中, 过小不能保证跟踪的速度, 过大其指数模态将迅速收敛到零, 但这些模态的幅值趋近于无穷大, 跟踪误差会变化过快, 而使各阶微分振荡激烈, 影响提取的微分品质. 不失一般性, 设所有零点取相同负实数, 即

$$z_i = -a, i = 1, \dots, n_0 \quad (6)$$

通常 $a \in [2, 20]$, 由式(4)和式(6)有闭环传递函数

$$\Phi(s) = \frac{K(s+a)^{n_0-1}}{s^{n_0} + K(s+a)^{n_0-1}} \quad (7)$$

根据系统特征方程求得分离点为 $s = -n_0 a$. 可以选取在实轴上的分离点 $s_{1,2} = -n_0 a$ 作为一对闭环极点, 并由 $s_{1,2}$ 确定 K 的值. 由幅值条件

$$K \prod_{j=1}^{n_0-1} |s - z_j| / \prod_{i=1}^{n_0} |s - p_i| = 1 \quad (8)$$

这里 $z_j = -a$, 为开环零点, $p_i = 0$ 为开环极点, s 为任意闭环极点, 把 $s = -n_0 a$ 代入式(8), 求得

$$K = n_0^n a / (n_0 - 1)^{n_0-1} \quad (9)$$

由式(5)、式(6)和式(9)知, 估计器只有两个可调参数, 即 n_0 和 $z_i = -a$. 以 $n_0 = 5, a = 2$ 为例画出系统根轨迹, 根轨迹如图 1 所示. 图 1 中“x”号为闭环系统的 5 个极点.

定理 1 微分状态观测器 Σ 不依赖被观测非线性对象模

型, 渐近稳定, 并且在不考虑观测噪声的情况下具有高精度的收敛性, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{x}_1 = x_1, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{x}_i = x_i, i = 2, \dots, n \quad (10)$$

其中

$$\hat{x}_i = \hat{x}_i + a_{i-1}(x_1 - \hat{x}_1), \quad i = 2, \dots, n \quad (11)$$

表示 x_i 的估计值.

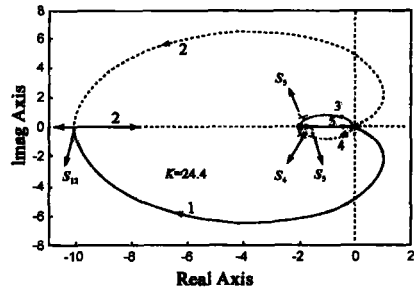


图 1 系统 Σ 的根轨迹 ($n_0 = 5, a = 2$)

证明 由式(2), 观测器 Σ 不依赖被观测非线性对象的模型. 根据系统 Σ 极点的选取, 显然该系统是渐近稳定的. 把式(9)代入式(7)并取极限, 有

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \Phi(s) = 1 \quad (12)$$

在不考虑观测噪声的情况下, 由式(1), 有 $y = x_1$, 再由式(12), 有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{x}_1 = x_1 \quad (13)$$

进一步有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{x}_1^{(i)} = x_1^{(i)}, i = 2, \dots, n \quad (14)$$

由式(1)有

$$\dot{x}_i = x_1^{(i-1)}, i = 2, \dots, n \quad (15)$$

由式(11)和式(2), 有

$$\dot{\hat{x}}_i = \hat{x}_i + a_{i-1}(x_1 - \hat{x}_1) = \hat{x}_1^{(i-1)}, i = 2, \dots, n \quad (16)$$

由式(14)、式(15)和式(16), 有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{x}_i = x_i, i = 2, \dots, n$$

说明 (1)在考虑观测噪声的情况下, 取 \hat{x}_i 为 x_i 的估计值. Σ 具有良好的滤波特性, 并具有一定精度的收敛性, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{x}_i = x_i \quad (17)$$

首先考察 \hat{x}_1 与 x_1 之间的滤波能力: 由式(7), 该闭环系统本身是一个滤波器, 按照式(9)给定的参数, 其滤波能力是非常理想的, 这里用系统的频率特性说明, Σ 的伯德图如图 2. 通常信号为低频信号, 而随机噪声确是高频的, 从图 2 可以

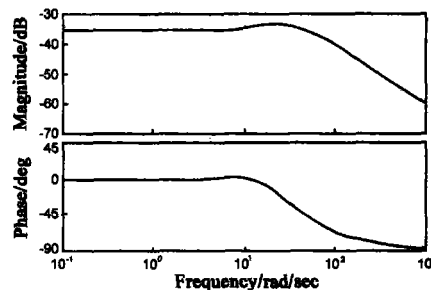


图 2 Σ 的幅频特性和相频特性图 ($n_0 = 5, a = 5$)

看到 Σ 对跟踪信号几乎实现无静差跟踪,对高频噪声却能迅速地大幅抑制.再考察 x_i 与 $x_i (i=2, \dots, n)$ 之间的滤波能力:由式(2)中第一式子, x_2 与 x_1 之间并不是纯微分环节,而是带有滤波器的微分环节,其它式子依此类推,对于提取被噪声污染了的信号的高阶微分,这种设计是非常必要的,因为每一阶微分都是带有滤波的微分,因而整个估计器 Σ 是一个良好的滤波器.

(2)通常需要已知系统(1)的阶次 n 或它的上界,要求 $n_0 \geq n+1$.由式(4), n_0 代表估计器的结构类型, n_0 越大,估计精度越高,但计算量加大,如果 n 未知,取 n_0 大一些,通常 $n_0 \geq 5$.

3 基于微分状态估计器的非线性不确定系统控制器设计

被控对象仍为系统(1),由于通常系统内部状态不完全可测,因而用前述微分状态估计器进行估计.令 $v, \dots, v^{(n-1)}$ 表示设定值及其各阶微分, $\theta_1, \dots, \theta_n$ 为其估计, x_1, \dots, x_n 为对象的状态的估计, $\varepsilon_i = \theta_i - x_i (i=1, \dots, n)$, $\varepsilon = [\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n]^T$ 为误差向量,这里 ε 反映了系统误差的各阶变化率,也表示误差的各阶微分.设计独立于被控对象的高阶微分反馈控制器

$$u(t) = K\varepsilon \quad (18)$$

其中 $K = [k_n, k_{n-1}, \dots, k_1]$ 使 $s^{(n)} + k_1 s^{(n-1)} + \dots + k_n$ 为 Hurwitz 多项式,大量仿真表明,该控制器对非线性对象具有很强的鲁棒性.

4 仿真研究

例 1 被估计对象为非线性二阶随机系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -(b_1 x_1 + b_2 x_1^2 x_2) + w + \xi \\ y = x_1 + \eta \end{cases} \quad (19)$$

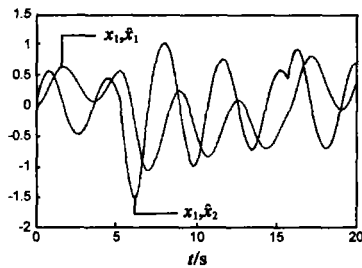


图 3 状态 x_2 和 Σ 估计的 \hat{x}_2 比较图

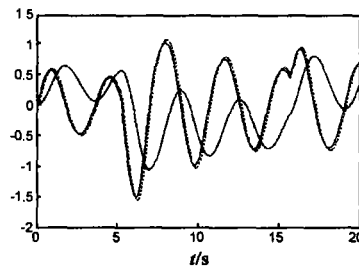


图 4 状态 x_2 和文[7]观测器估计的 \hat{x}_2 比较图

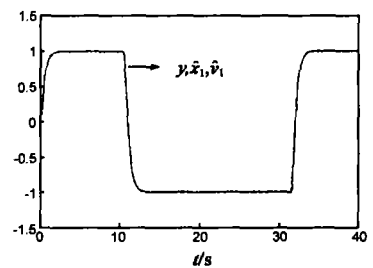


图 5 三阶系统控制与观测结果图

5 结论

本文提出一类不依赖模型、参数少、精度高的新型微分状态估计器,通过分析其根轨迹和极点要求配置合适的参数;给出了完整的稳定性和收敛性证明;通过频率特性分析和类型结构分析表明,该估计器具有较好的滤波特性;另外,基于所提出的估计器本文设计了一种稳定性好,鲁棒性强高阶微分反馈控制器.

其中 $w = \text{sign}(\cos(0.3t))$ 为外来干扰, $b_1 = 3, b_2 = 1, \xi$ 和 η 分别为服从 $[-0.1, 0.1]$ 和 $[-0.001, 0.001]$ 均匀分布白噪声,状态初值 $x_{10} = x_{20} = 0$.用估计器 Σ 估计状态 x_1, x_2 ,并与文[7]的观测器进行比较,取 Σ 中 $n_0 = 5, a = 7$,所有初值均为零.图 3 为状态 x_1, x_2 分别与估计 \hat{x}_1, \hat{x}_2 的比较图,平均误差 $|\bar{\varepsilon}_1| = 1.3179 \times 10^{-4}, |\bar{\varepsilon}_2| = 5.4 \times 10^{-3}$.再用文[7]的非线性观测器估计状态 x_1, x_2 ,图 4 为状态 x_1, x_2 分别与估计 \hat{x}_1, \hat{x}_2 的比较图,计算得 $|\bar{\varepsilon}_1| = 5.769 \times 10^{-4}, |\bar{\varepsilon}_2| = 8.23 \times 10^{-2}$,从图中和误差分析中显见,本文所提出的估计器精度高,滤波能力强.另外,文[7]没有给出观测器稳定性和收敛性分析,参数选取依据经验,选取不适将导致发散.

例 2 被控对象为非线性三阶随机系统

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1}, i=1, 2, \\ \dot{x}_3 = b_1 x_1 - (b_2 - x_1^2) x_2 - b_3 x_3 |x_3| + w + \xi + u, \\ y = x_1 + \eta \end{cases} \quad (20)$$

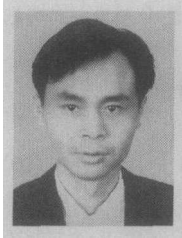
其中 $w = 0.2 \text{sign}(\cos(0.5t))$, b_1, b_2 和 b_3 为在较大的范围内任意选取的实数,并且 $b_3 > 0, \xi(t)$ 和 $\eta(t)$ 同例 1,设定输入为对 $r(t) = \text{sign}(\cos(0.15t))$ 柔化的方波 $v(t)$.用基于估计器的控制器(18)控制,取 $K = [2184, 506, 39, 1]$,即 $s^{(3)} + 39s^{(2)} + 506s + 2184 = 0$ 的特征值为 $s_1 = -12, s_2 = -13, s_3 = -14$,估计器 Σ $n_0 = 5, a = 5$.控制效果见图 5.控制对参数变化具有很强的鲁棒性.仿真表明,当 $b_1 > 0$ 时,被控对象不稳定,即为非最小相位系统,闭环控制系统仍能达到图 5 的效果.注意控制器参数并没有依赖模型(20)的参数或函数关系,只需已知模型的阶次.通常 PID 控制器中包含系统误差及其微分,但对高阶非线性较强系统,控制器仅含有误差一阶微分是不够的,注意到本文设计的控制器(18)中包含直到 $n-1$ 阶误差微分信息,并设计了参数 K 使 $s^{(n)} + k_1 s^{(n-1)} + \dots + k_n$ 为 Hurwitz 多项式,因此该控制器鲁棒性强.

参考文献:

- [1] Kalman R E. A new approach to linear filtering and prediction theory [J]. Trans. ASME, J. Basic. Eng. 1960, 82 D: 34 - 35.
- [2] Julier S J, Uhlmann J K, Durrand-whyte, H F. A New Approach for Filtering Nonlinear Systems [C]. Proc. American. Control. Conf., Seattle, WA, 1995. 1628 - 1632.
- [3] Julier S J, Uhlmann J K, Durrand-whyte, H F. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estima-

- tors [J]. IEEE Trans. Automat. Contr., 2000, 45(3): 477 - 482.
- [4] Ito K, Xiong K Q. Gaussian filters for nonlinear filtering processes [J]. IEEE Trans. Automat. Contr., 2000, 45(5): 910 - 927.
- [5] Sunil E V T, Yung C S. Radial basis function neural network for approximation and estimation of nonlinear stochastic dynamic systems [J]. IEEE Trans. Neural Networks, 1994, 5(4): 594 - 603.
- [6] Chao C T and Teng C C. A fuzzy neural network based extended Kalman filter [J]. Int J System Science, 1996, 27(3): 333 - 339.
- [7] Harris C J, Wu Z Q, Gan Q. Neurofuzzy state estimators and their applications [J]. Annual Reviews in Control, 1999, 23: 149 - 158.
- [8] 韩京清. 一类不确定对象的扩张状态观测器 [J]. 控制与决策, 1995, 10(1): 85 - 88.

作者简介:



齐国元 男, 1970年7月生于黑龙江省绥化市, 副教授, 2001级南开大学控制理论控制工程专业博士生, 研究方向: 非线性系统智能状态估计和控制. E-mail: qi_gy580@sohu.com



陈增强 男, 1964年出生于天津市, 教授, 博士生导师, 1997年于南开大学计算机与系统科学系获控制理论与控制工程专业工学博士学位, 现为中国自动化学会控制理论专业委员会委员, 主要研究方向: 非线性系统控制, 预测控制, 智能控制.

薛薇 女, 1963年出生于山西省太原市, 副教授, 主要研究方向: 非线性系统智能控制.